

नामांक				Roll No.		

No. of Questions — 25

No. of Printed Pages — 7

SS—36–1—Bus. Maths. & Stat. I

उच्च माध्यमिक परीक्षा, 2010

SENIOR SECONDARY EXAMINATION, 2010

वैकल्पिक वर्ग III (OPTIONAL GROUP III — COMMERCE)

व्यावसायिक गणित एवं सांख्यिकी — प्रथम पत्र

(BUSINESS MATHEMATICS AND STATISTICS — First Paper)

समय : 3 $\frac{1}{4}$ घण्टे

पूर्णांक : 60

परीक्षार्थियों के लिए सामान्य निर्देश :

GENERAL INSTRUCTIONS TO THE EXAMINEES :

1. परीक्षार्थी सर्वप्रथम अपने प्रश्न पत्र पर नामांक अनिवार्यतः लिखें ।
Candidate must write first his / her Roll No. on the question paper compulsorily.
2. प्रश्न पत्र के हिन्दी व अंग्रेजी रूपान्तर में किसी प्रकार की त्रुटि / अन्तर / विरोधाभास होने पर हिन्दी भाषा के प्रश्न को सही मानें ।
If there is any error / difference / contradiction in Hindi & English versions of the question paper, the question of Hindi version should be treated valid.
3. **सभी** प्रश्न करने अनिवार्य हैं । प्रश्न क्रमांक **21** में आन्तरिक विकल्प है ।
All questions are compulsory. Question No. **21** has internal choice.
4. प्रत्येक प्रश्न का उत्तर दी गई उत्तर-पुस्तिका में ही लिखें ।
Write the answer to each question in the given answer-book only.
5. जिस प्रश्न के एक से अधिक समान अंक वाले भाग हैं, उन सभी भागों का हल एक साथ सतत् लिखें ।
For questions having more than one part carrying similar marks, the answers of those parts are to be written together in continuity.
6. प्रश्न संख्या **2** से **5** तक अति लघूत्तरात्मक हैं ।
Question Nos. **2** to **5** are very short answer type questions.

7. प्रश्न संख्या **16** को ग्राफ पत्र पर ही हल करें ।

Question No. **16** is to be attempted on graph paper only.

8. उत्तर-पुस्तिका के पन्नों के दोनों ओर लिखिए । यदि कोई रफ़ कार्य करना हो, तो उत्तर-पुस्तिका के अन्तिम पृष्ठों पर करें और इसे तिरछी लाइनों से काट कर उस पर "रफ़ कार्य" अंकित कर दें ।

Write on both sides of the pages of answer-book. If any rough work is to be done, do it on the last pages of the answer-book. Write the word "Rough Work" by crossing it with slant lines.

9. प्रश्न क्रमांक **1** के चार भाग (i, ii, iii तथा iv) हैं । प्रत्येक भाग के उत्तर के चार विकल्प (A, B, C एवं D) हैं । सही विकल्प का उत्तराक्षर उत्तर-पुस्तिका में निम्नानुसार तालिका बनाकर लिखें :

There are *four* parts (i, ii, iii and iv) in Question No. **1**. Each part has *four* alternatives A, B, C and D. Write the letter of the correct alternative in the answer-book at a place by making a table as mentioned below :

प्रश्न क्रमांक Question No.	सही उत्तर का क्रमाक्षर Correct letter of the Answer
1. (i)	
1. (ii)	
1. (iii)	
1. (iv)	

1. (i) यदि $f(x) = \frac{2x + \tan x}{x}$, $x = 0$ पर संतत है, तो $f(0)$ का मान है

- (A) 0 (B) 1
(C) 2 (D) 3.

If $f(x) = \frac{2x + \tan x}{x}$ is continuous at $x = 0$, the value of $f(0)$ is

- (A) 0 (B) 1
(C) 2 (D) 3.

$\frac{1}{2}$

(ii) $\frac{d(x^x)}{dx}$ का मान है

- (A) x^{x-1} (B) $x^x \log_e x$
 (C) $x^x \log_e (ex)$ (D) $x^x \log_e \left(\frac{x}{e}\right)$.

The value of $\frac{d(x^x)}{dx}$ is

- (A) x^{x-1} (B) $x^x \log_e x$
 (C) $x^x \log_e (ex)$ (D) $x^x \log_e \left(\frac{x}{e}\right)$. $\frac{1}{2}$

(iii) $\int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$ का मान है

- (A) $2 \sin \sqrt{x} + c$ (B) $-2 \sin \sqrt{x} + c$
 (C) $\sin \sqrt{x} + c$ (D) $-\sin \sqrt{x} + c$.

The value of $\int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$ is

- (A) $2 \sin \sqrt{x} + c$ (B) $-2 \sin \sqrt{x} + c$
 (C) $\sin \sqrt{x} + c$ (D) $-\sin \sqrt{x} + c$. $\frac{1}{2}$

(iv) $\int \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} dx$ का मान है

- (A) $\log(e^x - e^{-x}) + c$ (B) $\log(e^x + e^{-x}) + c$
 (C) $x - \coth x + c$ (D) $x + \coth x + c$.

The value of $\int \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} dx$ is

- (A) $\log(e^x - e^{-x}) + c$ (B) $\log(e^x + e^{-x}) + c$
 (C) $x - \coth x + c$ (D) $x + \coth x + c$. $\frac{1}{2}$

2. $\frac{d}{dx} \left[\frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos x + \sin x} \right]$ का मान ज्ञात कीजिए ।

Find the value of $\frac{d}{dx} \left[\frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos x + \sin x} \right]$. 1

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{x}$ का मान ज्ञात कीजिए ।

Evaluate $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{x}$. 1

4. एक कम्पनी अपने उत्पाद को 10 रु० प्रति इकाई के हिसाब से बेचती है। कम्पनी की स्थिर लागत 35,000 रु० है एवं चल लागत कुल आय की 30% है। कुल लागत फलन ज्ञात कीजिए।

A company sells its product at a price of Rs. 10 per unit. If the fixed cost of the company is Rs. 35,000 and variable cost is 30% of total revenue, find total cost function. 1

5. निम्न अवकल समीकरण हल कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} = \sin^2 x + \cos^2 x.$$

Solve the following differential equation :

$$\frac{dy}{dx} = \sin^2 x + \cos^2 x. \quad 1$$

6. यदि $y = \log(\sec x - \tan x)$ तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए।

If $y = \log(\sec x - \tan x)$, then find the value of $\frac{dy}{dx}$. 2

7. यदि फलन

$$f(x) = \begin{cases} 1 + x, & x \leq 2 \\ k - \frac{x}{2}, & x > 2 \end{cases}, \quad x = 2 \text{ पर संतत है, तो } k \text{ का मान ज्ञात}$$

कीजिए।

If the function

$$f(x) = \begin{cases} 1 + x, & x \leq 2 \\ k - \frac{x}{2}, & x > 2 \end{cases}$$

is continuous at $x = 2$, find the value of k . 2

8. निम्न फलन की $x = 2$ पर अवकलनीयता की जाँच कीजिए :

$$f(x) = \begin{cases} x + 2, & 0 \leq x \leq 2 \\ x^2 + x - 2, & x > 2 \end{cases}$$

Test the differentiability of the following function at $x = 2$:

$$f(x) = \begin{cases} x + 2, & 0 \leq x \leq 2 \\ x^2 + x - 2, & x > 2 \end{cases} \quad 2$$

9. $\tan^{-1} \left[\frac{1 + \tan x}{1 - \tan x} \right]$ का x के सापेक्ष अवकलन कीजिए ।

Differentiate $\tan^{-1} \left[\frac{1 + \tan x}{1 - \tan x} \right]$ with respect to x . 2

10. $\int e^{\log_e \cos x} \cdot 2 \sin x \, dx$ का मान ज्ञात कीजिए ।

Find the value of $\int e^{\log_e \cos x} \cdot 2 \sin x \, dx$. 2

11. निम्न फलन का x के सापेक्ष समाकलन कीजिए :

$$\frac{x^2 + 1}{x^4 + 1} .$$

Integrate the following function with respect to x :

$$\frac{x^2 + 1}{x^4 + 1} . 2$$

12. $\int \frac{dx}{\sqrt{4 + 3x - 2x^2}}$ का मान ज्ञात कीजिए ।

Find the value of $\int \frac{dx}{\sqrt{4 + 3x - 2x^2}}$. 2

13. x इकाई उत्पादित करने पर एक कम्पनी की कुल लागत $c = 50 + 0.10x^2$ है । कम्पनी को x इकाई विक्रय करने पर कुल आय $R = 2x$ होती है । कम्पनी को कितनी इकाइयों का उत्पादन करना चाहिए ताकि लाभ अधिकतम हो सके ?

The total cost of a company for producing x units is $c = 50 + 0.10x^2$.

The total revenue of the company on sale of x units is $R = 2x$. How many units should the company produce for maximum profit ? 2

14. एक उत्पाद की x इकाई उत्पादित करने के लिए सीमान्त लागत फलन है

$MC = 5 + 10x - 3x^2$ । यदि दो इकाई उत्पादित करने की कुल लागत 22 रु० हो, तो कुल लागत फलन एवं औसत लागत फलन ज्ञात कीजिए ।

The marginal cost for producing x units of a product is

$MC = 5 + 10x - 3x^2$. If cost of producing two units is Rs. 22, find total cost function and average cost function. 2

15. एक उत्पादक की सीमान्त आय फलन $MR = 100 - 2x$ है। कुल आय में कितनी वृद्धि होगी यदि उत्पादन 10 इकाई से बढ़ाकर 20 इकाई कर दिया जाये ?

The marginal revenue function of a manufacturer is $MR = 100 - 2x$. What will be the increase in total revenue if production is increased from 10 units to 20 units ? 2

16. निम्न फलन का ग्राफ खींचिये :

$$y = \frac{1}{2} \cos 2x, x \in [-\pi, \pi] .$$

Draw the graph of the following function :

$$y = \frac{1}{2} \cos 2x, x \in [-\pi, \pi] . \quad 3$$

17. $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x \, dx}{(1 + \sin x)(2 - \sin x)}$ का मान ज्ञात कीजिए ।

Find the value of $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x \, dx}{(1 + \sin x)(2 - \sin x)}$. 3

18. परवलय $y^2 = 4x$ और परवलय $x^2 = 4y$ के बीच का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

Find the area common to the parabolas $y^2 = 4x$ and $x^2 = 4y$. 3

19. एक उत्पादक का मांग फलन $p = 10 - \frac{x}{5}$ है एवं लागत फलन $c = 5x + \frac{x^2}{20}$ है जहाँ x उत्पादन की मात्रा एवं p प्रति इकाई मूल्य है। उत्पादन की किस मात्रा के लिए उत्पादक का लाभ अधिकतम होगा ? अधिकतम लाभ भी ज्ञात कीजिए ।

The demand function of a product is $p = 10 - \frac{x}{5}$ and cost function is $c = 5x + \frac{x^2}{20}$, where x is the production level and p is the price per unit. For which level of production, will profit of the producer be maximum ? Also find out maximum profit. 3

20. एक उत्पादक की x इकाइयों के लिए उत्पादन और विपणन की कुल लागत $c(x) = 200x^2 + 3500x + 10000$ है। यदि प्रति इकाई का विक्रय मूल्य 6,500 रु० हो, तो लाभ-हानि रहित बिन्दु ज्ञात कीजिए ।

The total cost of manufacturing and marketing x units for a manufacturer is $c(x) = 200x^2 + 3500x + 10000$. If the selling price is Rs. 6,500 per unit, find break-even point. 3

21. निम्नलिखित अवकल समीकरण हल कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} + xy = x.$$

अथवा

- निम्नलिखित अवकल समीकरण हल कीजिए

$$x^2 \frac{dy}{dx} + xy = 1.$$

- Solve the following differential equation :

3

$$\frac{dy}{dx} + xy = x.$$

OR

- Solve the following differential equation :

3

$$x^2 \frac{dy}{dx} + xy = 1.$$

22. निम्न फलन के लिए रोल प्रमेय का सत्यापन कीजिए :

$$f(x) = x^2 - 5x + 6, \quad x \in [2, 3].$$

- Verify Rolle's theorem for the following function :

4

$$f(x) = x^2 - 5x + 6, \quad x \in [2, 3].$$

23. मान ज्ञात कीजिए :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{1+n^3} + \frac{4}{8+n^3} + \frac{9}{27+n^3} + \dots + n \text{ terms} \right]$$

Find the value of

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{1+n^3} + \frac{4}{8+n^3} + \frac{9}{27+n^3} + \dots + n \text{ terms} \right]$$

4

24. सिद्ध कीजिए कि फलन
- $f(x) = \sin x (1 + \cos x)$
- , बिन्दु
- $x = \frac{\pi}{3}$
- पर उच्चिष्ठ है ।

Prove that the function $f(x) = \sin x (1 + \cos x)$ is maximum at

$$x = \frac{\pi}{3}.$$

4

25. निम्नलिखित सारिणी की सहायता से 25 वर्ष की आयु के व्यक्तियों द्वारा देय वार्षिक शुद्ध प्रीमियम ज्ञात कीजिए :

आयु	20	24	28	32
वार्षिक प्रीमियम	1427	1581	1771	1996

Find out the annual net premium of the persons at the age of 25 years from the table given below :

4

Age	20	24	28	32
Annual net premium	1427	1581	1771	1996