

MATHEMATICS

गणित

(311)

Time : 3 Hours]

[Maximum Marks : 100

समय : 3 घण्टे]

[पूर्णांक : 100

- Note :**
- (i) This Question Paper consists of **two** Sections, viz., 'A' and 'B'.
 - (ii) *All* questions from Section 'A' are to be attempted. However, in some questions, internal choice is given.
 - (iii) Section 'B' has **two** options. Candidates are required to attempt questions from **one** option only.

- निर्देश :**
- (i) इस प्रश्न-पत्र में दो खण्ड हैं – खण्ड 'अ' तथा खण्ड 'ब' ।
 - (ii) खण्ड 'अ' के सभी प्रश्नों को हल करना है । कुछ प्रश्नों के अन्तर्गत विकल्प दिये गये हैं ।
 - (iii) खण्ड 'ब' में दो विकल्प हैं । परीक्षार्थियों को केवल एक विकल्प के ही प्रश्नों के उत्तर देने हैं ।



SECTION - A

खण्ड - अ

- 1 Express the complex number $\frac{2+i}{3-4i}$ in the form $a+ib$ and find its modulus. 2

$\frac{2+i}{3-4i}$ को $a+ib$ रूप में व्यक्त कीजिए तथा इसका मापांक ज्ञात कीजिए ।

- 2 Let $A = \{2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ and $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. 2

Find A' and B' and show that B' is a subset of A' .

माना $A = \{2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ तथा $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

A' तथा B' ज्ञात कीजिए तथा दर्शाइए कि B' , समुच्चय A' का उपसमुच्चय है ।

- 3 If ${}^{2n}C_3 : {}^nC_3 = 11 : 1$, find n . 2

यदि ${}^{2n}C_3 : {}^nC_3 = 11 : 1$ है, तो n का मान ज्ञात कीजिए ।

- 4 Out of 6 boys and 4 girls, a committee of 5 is to be formed. In how many ways can this be done if at least two girls are to be included in the committee. 2

6 लड़कों और 4 लड़कियों में से 5 सदस्यों की एक कमेटी बनानी है । यदि कमेटी में कम से कम दो लड़कियों को अवश्य लेना हो, तो कितनी विधियों से कमेटी बनाई जा सकती है ?



- 5 Find the equation of a circle, which passes through the origin and which makes intercepts a and b on the coordinate axes. 2

उस वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए, जो मूल बिन्दु में से होकर जाता है तथा जो निर्देशांक अक्षों पर a तथा b अन्तःखण्ड बनाता है ।

- 6 Find four numbers forming a G.P. in which third term is greater than the first by 9 and the second term is greater than the fourth by 18. 2

एक गुणोत्तर श्रेणी में चार संख्याएँ ज्ञात कीजिए जिनमें तीसरी संख्या, पहली संख्या से 9 अधिक है तथा दूसरी संख्या, चौथी संख्या से 18 बड़ी है ।

- 7 Find the domain and range of the function 2

$$f(x) = \sqrt{9 - x^2}.$$

फलन $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$ का प्रान्त और परिसर ज्ञात कीजिए ।

OR/अथवा

Let $f(x) = x - \frac{1}{x}$ Find $f(x^3)$ and $f\left(\frac{1}{x}\right)$. Also show that

$$\left[f(x)\right]^3 = f(x^3) + 3f\left(\frac{1}{x}\right).$$

माना $f(x) = x - \frac{1}{x}$ $f(x^3)$ तथा $f\left(\frac{1}{x}\right)$ ज्ञात कीजिए तथा दर्शाइए कि

$$\left[f(x)\right]^3 = f(x^3) + 3f\left(\frac{1}{x}\right).$$



8 Prove that / सिद्ध कीजिए :

2

$$\tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{8}{19}\right) = \frac{\pi}{4}$$

9 Find the condition that one root of the quadratic equation $px^2 - qx + p = 0$ may be 1 more than the other. 3

वह प्रतिबन्ध ज्ञात कीजिए कि समीकरण $px^2 - qx + p = 0$ का एक मूल, दूसरे मूल से 1 अधिक हो ।

OR/अथवा

If α, β are roots of the equation $ax^2 + bx + c = 0$, then form a quadratic

equation whose roots are $\alpha + \frac{1}{\beta}$ and $\beta + \frac{1}{\alpha}$.

यदि समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ के α और β दो मूल हों तथा एक ऐसा द्विघात

समीकरण बनाइए जिसके मूल $\alpha + \frac{1}{\beta}$ तथा $\beta + \frac{1}{\alpha}$ हों ।



- 10 Verify that $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ satisfies the equation $A^3 - 4A^2 + A = O$ where O is a 3 zero matrix of order 2×2 .

सत्यापित कीजिए कि $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ समीकरण $A^3 - 4A^2 + A = O$ को सन्तुष्ट करता है जब कि O , 2×2 कोटि का शून्य आव्यूह है ।

OR/अथवा

Prove that / सिद्ध कीजिए :

$$\begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix} = (a+b+c)^3$$

- 11 If $f(x) = \tan^{-1} \left[\frac{\sqrt{1+\sin x} + \sqrt{1-\sin x}}{\sqrt{1+\sin x} - \sqrt{1-\sin x}} \right]$, $\frac{\pi}{2} < x < \pi$, then find $f'(x)$. 3

यदि $f(x) = \tan^{-1} \left[\frac{\sqrt{1+\sin x} + \sqrt{1-\sin x}}{\sqrt{1+\sin x} - \sqrt{1-\sin x}} \right]$, $\frac{\pi}{2} < x < \pi$, तो $f'(x)$ ज्ञात कीजिए ।

OR/अथवा

Find the equation of tangent to the curve $y = -5x^2 + 6x + 7$ at the point

$$\left(\frac{1}{2}, \frac{35}{4} \right).$$

वक्र $y = -5x^2 + 6x + 7$ की बिन्दु $\left(\frac{1}{2}, \frac{35}{4} \right)$ पर स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए ।



12 Evaluate / मान ज्ञात कीजिए :

3

$$\int e^x \frac{(1 + x \log x)}{x} dx$$

OR/अथवा

Evaluate / मान ज्ञात कीजिए :

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 + \cos 2x}{(\pi - 2x)^2}$$

13 The odds against manager A settling the wage dispute with workers are 8:6 and the odds in favour of manager B settling the same dispute are 14:16

3

- (i) Find the probability that neither settles the dispute, if both of them try independently
- (ii) Find the probability that dispute is settled

मैनेजर A के लिए वेतन सम्बन्धी झगड़ा मिटाने के प्रतिकूल संयोगानुपात 8:6 है तथा मैनेजर B के लिए वही झगड़ा निपटाने के अनुकूल संयोगानुपात 14:16 है ।

- (i) प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि कोई भी झगड़ा निपटाने में सफल नहीं होगा यदि दोनों अलग अलग प्रयत्न करें ।
- (ii) प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि झगड़ा निपट जाएगा ।



- 14 If the 2nd, 3rd and 4th terms in the expansion of $(x + a)^n$ are 240, 720 and 1080 respectively, find the values of x , a and n . 4

यदि $(x + a)^n$ के प्रसार में दूसरा, तीसरा और चौथा पद क्रमशः 240, 720 तथा 1080 हों, तो x , a तथा n के मान ज्ञात कीजिए ।

- 15 Find the distance of the point $P(4,1)$ from the line $4x - y = 0$ measured along the line making an angle of 135° with the +ve direction of x -axis. 4

बिन्दु $P(4,1)$ की रेखा $4x - y = 0$ से वह दूरी ज्ञात कीजिए जिसे x -अक्ष की धनात्मक दिशा से 135° का कोण बनाने वाली रेखा के साथ साथ मापा जाए ।

- 16 Calculate the mean and standard deviation for the following data : 4
निम्न आंकड़ों का माध्य तथा मानक विचलन ज्ञात कीजिए :

Wages per day (in ₹) प्रतिदिन वेतन (₹)	No. of workers कामगारों की संख्या
upto ₹ 100 तक	9
upto ₹ 200 तक	26
upto ₹ 300 तक	58
upto ₹ 400 तक	81
upto ₹ 500 तक	121
upto ₹ 600 तक	139
upto ₹ 700 तक	140



- 17 If $y = \sin^{-1} x$, then show that $(1 - x^2)y_2 - x y_1 = 0$ where y_1 and y_2 are first and second order derivatives of y w.r.t. x . 4

यदि $y = \sin^{-1} x$ हो, तो दर्शाइए कि $(1 - x^2)y_2 - x y_1 = 0$ जहाँ y_1 तथा y_2 क्रमशः प्रथम तथा द्वितीय कोटि के x के सापेक्ष अवकलज हैं ।

OR/अथवा

If $y = (\cos x)^{(\cos x)^{(\cos x)^{(\cos x)^{\dots\dots\dots\infty}}}}$,

then show that $\frac{dy}{dx} = \frac{-y^2 \tan x}{1 - y(\log \cos x)}$.

यदि $y = (\cos x)^{(\cos x)^{(\cos x)^{(\cos x)^{\dots\dots\dots\infty}}}}$ हो,

तो दर्शाइए कि $\frac{dy}{dx} = \frac{-y^2 \tan x}{1 - y(\log \cos x)}$.

- 18 Solve the differential equation : 4

अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$(x - y + 2) \frac{dy}{dx} = 1$$



- 19 Find the coordinates of foci, the vertices, the length of major and minor axis and the eccentricity of ellipse $4x^2 + 9y^2 = 36$. 4

दीर्घवृत्त $4x^2 + 9y^2 = 36$ की नाभि, शीर्ष, दीर्घ अक्ष तथा लघु अक्ष की लम्बाई तथा उत्केन्द्रता ज्ञात कीजिए ।

- 20 Using matrices, solve the following system of equations : 6

आव्यूहों द्वारा, निम्न समीकरण निकाय को हल कीजिए :

$$x + 2y + z = 4, \quad -x + y + z = 0, \quad x - 3y + z = 2$$

- 21 Evaluate / मान ज्ञात कीजिए : $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{5 + 4 \cos x}$ 6

OR / अथवा

Evaluate $\int_2^3 x^2 dx$ as the limit of sums.

$\int_2^3 x^2 dx$ को योग की सीमा के रूप में ज्ञात कीजिए ।



22 Find the general solution of the equation :

6

निम्न समीकरण का व्यापक हल ज्ञात कीजिए :

$$\tan x + \sec x = \sqrt{3}$$

OR/अथवा

In any ΔABC , prove that $\sin\left(\frac{B-C}{2}\right) = \frac{b-c}{a} \cos\left(\frac{A}{2}\right)$

किसी ΔABC में, सिद्ध कीजिए : $\sin\left(\frac{B-C}{2}\right) = \frac{b-c}{a} \cos\left(\frac{A}{2}\right)$

23 Show that $\frac{1 \times 2^2 + 2 \times 3^2 + \dots + n(n+1)^2}{1^2 \times 2 + 2^2 \times 3 + \dots + n^2(n+1)} = \frac{3n+5}{3n+1}$.

6

दर्शाइए कि $\frac{1 \times 2^2 + 2 \times 3^2 + \dots + n(n+1)^2}{1^2 \times 2 + 2^2 \times 3 + \dots + n^2(n+1)} = \frac{3n+5}{3n+1}$ ।

24 Show that the height of a closed right circular cylinder of a given volume and least surface is equal to its diameter.

6

दर्शाइए कि एक दिये गए आयतन वाले बन्द लम्ब वृत्तीय बेलन, जिसका पृष्ठीय क्षेत्रफल न्यूनतम है, की ऊँचाई उसके व्यास के बराबर है ।



SECTION - B

खण्ड - ब

OPTION - I

विकल्प - I

(Vectors and Three-Dimensional Geometry)

(सदिश तथा त्रि-आयाम ज्यामिति)

- 25 Find a unit vector in the direction of vector $3\vec{a} - 2\vec{b}$ where $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ 2

and $\vec{b} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$.

यदि $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ तथा $\vec{b} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ हो तो सदिश $3\vec{a} - 2\vec{b}$ की दिशा में एक एकक सदिश ज्ञात कीजिए ।

- 26 The position vectors of three points P, Q and R are $2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$, $3\hat{i} - 5\hat{j} + \hat{k}$ 3

and $-\hat{i} + 11\hat{j} + 9\hat{k}$. Show that the points P, Q and R are collinear.

बिन्दुओं P, Q तथा R के स्थिति सदिश क्रमशः $2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$, $3\hat{i} - 5\hat{j} + \hat{k}$ तथा $-\hat{i} + 11\hat{j} + 9\hat{k}$ हैं । दर्शाइए कि बिन्दु P, Q तथा R संरेख हैं ।



- 27 Find the equation of the plane through the points (3, 4, 2) and (7, 0, 6) and which is perpendicular to the plane $2x - 5y = 15$. 4

बिन्दुओं (3, 4, 2) तथा (7, 0, 6) में से होकर जाने वाले उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो समतल $2x - 5y = 15$ पर लम्ब है ।

OR/अथवा

Show that the points $P(1, 2, -2)$, $Q(2, 3, -4)$ and $R(3, 4, -3)$ form a right angled triangle. Also name the right angle.

दर्शाइए कि बिन्दु $P(1, 2, -2)$, $Q(2, 3, -4)$ तथा $R(3, 4, -3)$ एक समकोण त्रिभुज बनाते हैं। समकोण का नाम भी लिखिए ।

- 28 Find the radius of the circle given by the equations 6

$$x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y + 12z - 36 = 0, \quad x + 2y - 2z = 1.$$

समीकरण $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y + 12z - 36 = 0$, $x + 2y - 2z = 1$ द्वारा प्राप्त वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए ।



OPTION - II

विकल्प - II

(Mathematics for Commerce, Economics and Business)

(वाणिज्य, अर्थशास्त्र तथा व्यापार के लिए गणित)

- 25 A man has 500 shares of par value ₹ 10 each of a company and 100 debentures of par value ₹ 100 each. 2

The company pays an annual dividend of 10% on shares and an interest of 15% on debentures. Find his total income and rate of return on investment.

एक व्यक्ति के पास ₹ 10 सममूल्य वाले 500 शेयर तथा ₹ 100 सममूल्य वाले 100 डिबेन्चर हैं। कम्पनी शेयरों पर 10% लाभांश तथा डिबेन्चरों पर 15% ब्याज देती है। उसकी कुल आय तथा उसके निवेश पर लाभ प्रतिशत ज्ञात कीजिए।

- 26 Find the simple aggregative index number for the year 2010 taking 2002 as the base year. 3

वर्ष 2002 को आधार वर्ष मानकर वर्ष 2010 के लिए सरल समूही मूल्य सूचकांक ज्ञात कीजिए:

Commodity (पण्य)	A	B	C	D	E
Price in 2002 (in ₹) 2002 में मूल्य (₹)	280	340	210	315	185
Price in 2010 (in ₹) 2010 में मूल्य (₹)	360	400	240	365	225



- 27 A man takes an Endowment insurance policy (with profits) of ₹ 60,000 taken at the age of 25 years for a term of 20 years. Find the amount of annual premium assuming the following.

Tabular premium / 1000 : ₹ 50.80

Rebate for sum assured : ₹ 2/1000

Rebate for mode of payment : 3% of premium

25 वर्ष की आयु में 20 वर्ष के लिए ली गई ₹ 60,000 की धन समर्पण (एन्डोमेंट) बीमा पॉलिसी (लाभ सहित) के लिए वार्षिक प्रीमियम की गणना कीजिए । दरें निम्न हैं :

तालिका प्रीमियम / 1000 : ₹ 50.80

बीमा राशि के हेतु छूट : ₹ 2/1000

भुगतान विधि पर छूट : तालिका प्रीमियम का 3%

OR/अथवा

A dealer purchases 20 computers at ₹ 22,500 per computer. On each computer he earns ₹ 2,500 and pays VAT at 8%. What will be total sale price of these 20 computers and how much VAT he has to pay ?

एक दुकानदार ₹ 22,500 प्रति कम्प्यूटर की दर से 20 कम्प्यूटर खरीदता है । वह प्रत्येक पर ₹ 2,500 कमाता है तथा 8% की दर से वैट देता है । 20 कम्प्यूटरों का कुल विक्रय मूल्य ज्ञात कीजिए । उसे कितना वैट देना पड़ेगा ?



28 The demand function for a monopolist is given by $x = 100 - 4p$, where x is the number of units of the product, produced and sold, and p is the price per unit. Find

- (i) total revenue function
- (ii) average revenue function
- (iii) marginal revenue function and
- (iv) price and quantity at which $MR=0$

एक एकाधिकारी का मांग फलन $x = 100 - 4p$ द्वारा दिया जाता है जबकि x उत्पादन तथा विक्रय की गई इकाइयों की संख्या तथा प्रति इकाई का मूल्य p है ।

ज्ञात कीजिए :

- (i) कुल आय फलन
- (ii) औसत आय फलन
- (iii) सीमान्त आय फलन तथा
- (iv) मूल्य तथा मात्रा जिस पर $MR=0$

