

अनुक्रमांक: - -

दिनांक: 1 फरवरी 2020

समय अवधि: तीन घंटे

अधिकतम प्राप्तांक: 100

सूचनाएं:

- अपना अनुक्रमांक इस पृष्ठ के ऊपरी हिस्से में दिये हुए बक्सों में लिखें।
- इस प्रश्नपत्रिका में कुल 7 प्रश्न हैं। हर एक प्रश्न / उप-प्रश्न के अधिकतम प्राप्तांक उसके सामने लिखे गये हैं।
- सभी प्रश्नों के लिए, अंतिम उत्तर के बजाय समाधान पर पहुंचने में शामिल प्रक्रिया अधिक महत्वपूर्ण है। जरूरत होने पर आप उचित अभिधारणाओं / अनुमानों का प्रयोग कर सकते हैं। कृपया अपनी पद्धति स्पष्ट रूप से लिखें, स्पष्ट रूप से सभी तर्क बताएं।
- गैर-प्रोग्रामयोग्य वैज्ञानिक कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति है।
- उत्तरपत्रिका निरीक्षक को लौटाई जानी चाहिए। आप प्रश्नपत्रिका को वापस अपने साथ ले जा सकते हैं।
- कृपया ध्यान रखें कि अगले चरण (उन्मुखीकरण एवं चयन शिविर / OCSC) के लिए प्रस्तावित दिनांक एवं सूचनाएं इस प्रकार हैं।:
 - दिनांक: 21 अप्रैल से 8 मई 2020
 - यह शिविर HBCSE, मुंबई में संपन्न होगा।
 - सभी प्रतिभागियों के लिए पूरी अवधि के लिए शिविर में भाग लेना अनिवार्य है।

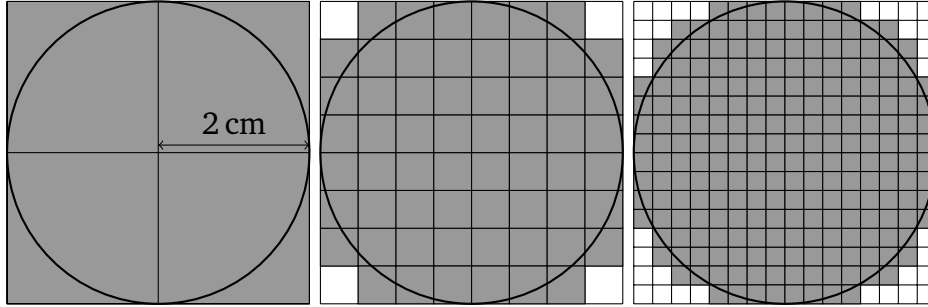
उपयोगी स्थिरांक

सूर्य का द्रव्यमान	$M_{\odot} \approx 1.989 \times 10^{30} \text{ kg}$
पृथ्वी का द्रव्यमान	$M_{\oplus} \approx 5.972 \times 10^{24} \text{ kg}$
चंद्र का द्रव्यमान	$M_{moon} \approx 7.347 \times 10^{22} \text{ kg}$
पृथ्वी की त्रिज्या	$R_{\oplus} \approx 6.371 \times 10^6 \text{ m}$
प्रकाश की गति	$c \approx 2.998 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$
सूर्य की त्रिज्या	$R_{\odot} \approx 6.955 \times 10^8 \text{ m}$
चंद्र की त्रिज्या	$R_m \approx 1.737 \times 10^6 \text{ m}$
खगोलीय यूनिट (au)	$a_{\oplus} \approx 1.496 \times 10^{11} \text{ m}$
सौर स्थिरांक (पृथ्वीसमीप)	$S \approx 1366 \text{ W/m}^2$
गुरुत्वीय स्थिरांक	$G \approx 6.674 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$
गुरुत्वीय त्वरण	$g \approx 9.8 \text{ m/s}^2$
1 पारसेक (pc)	$1 \text{ pc} = 3.086 \times 10^{16} \text{ m}$
स्टीफान का स्थिरांक Stefan's Constant	$\sigma = 5.670 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$

1. (10 marks) एक वर्ष, शारदीय विषुव दिवस की शाम को सिद्धांत ने देखा कि ठीक सूर्यास्त के समय पर मंगल आकाश में ठीक उत्तर-दक्षिण मध्यांतर (meridian) पर स्थित था। अन्य शब्दों में, सूर्य और मंगल के बीच पृथ्वी से नापा गया कोणांतर ठीक 90° था। यदि मंगल की कक्षीय त्रिज्या 1.52 au है, तो अगले शारदीय विषुव दिवस पर मंगल का अनुमानित उदय समय क्या होगा?
2. मनोज ने कोई ना कोई विश्व कीर्तिमान बनाने की ठान ली थी। उन्हें रॅपन्जेल की परिकथा से एक विचार सूझा कि वह अपने बालों को कभी नहीं काटेंगे और वे सबसे लंबे बालों का विश्व कीर्तिमान स्थापित करेंगे।
 - (a) (3 marks) अगर उसने अपने जन्म से अपने बाल नहीं काटे हैं, तो उसके पूरे जीवनभर बढ़नेवाले बालों की अधिकतम लंबाई का अनुमान लगाएं।
 - (b) (7 marks) इन बालों का द्रव्यमान कितना होगा? (किसी भी साधारण बाल का घनत्व 1.3 g/cm^3 होता है)

यदि आप कोई सरलीकृत धारणा बनाते हैं, तो बिना उन धारणाओं के उत्तर कैसे प्रभावित होगा इसकी गुणात्मक रूप से चर्चा करें।

3. (10 marks) एक जिज्ञासु छात्र 2 cm त्रिज्या के एक वृत्त की परिधि को वास्तव में मापना चाहता है। उनके पास एक पैमाना (पट्टी) और बहुत समय है, लेकिन परिधि को मापने के लिए कोई धागा नहीं है। इसलिए, वह निम्नलिखित रणनीति अपनाता है:



1. वह वृत्त को बाहर से स्पर्श करनेवाला वर्ग बनाता है।
2. वह इस वर्ग को बराबर 4 छोटे वर्गों (बायीं आकृति) में विभाजित करता है।
3. वह उन सभी वर्गों द्वारा गठित आकार की बाहरी सीमा (परिधि) को मापता है, जो वृत्त में सामायिक (पूरी तरह या आंशिक रूप से) हैं (आकृति में सिलेटी रंग में दिखाया गया है)। वह इस अनुमान को P_1 कहता है।
4. फिर वह प्रत्येक छोटे वर्ग को 4×4 ग्रिड में विभाजित करके एक महीन ग्रिड बनाता है। वह परिधि का अनुमान लगाने के लिए फिर से चरण 3 को दोहराता है और इसे P_2 (मध्य आकृति) कहता है।
5. वह बार-बार ग्रिड को परिष्कृत करता रहता है (n बार) और अंतिम अनुमान P_n पाता है।

P_n का अनुमान लगाएं।

संकेत: सिलेटी रंग के आकार की परिधि में पहुंचने के लिए कोनों से शुरू कर सफेद वर्गों को एक के बाद एक हटाते जाएं।

4. तीन सितारों A, B और C के बारे में ये देखा गया है कि
 - सितारे B से देखा जाए तो सितारा A असहाय्यित आंखों से (सीधे आंखों से) बड़ी मुश्किल से दिखाई देता है,
 - सितारे C से देखा जाए तो सितारा B असहाय्यित आंखों से बड़ी मुश्किल से दिखाई देता है,
 - सितारे A से देखा जाए तो सितारा C असहाय्यित आंखों से बड़ी मुश्किल से दिखाई देता है,

मान लीजिए कि सितारा A और सितारा B के बीच की दूरी को हम d_1 के रूप में दर्शाते हैं, और सितारा B और C के बीच d_2 और सितारा C और A के बीच की दूरी d_3 के रूप में है।

सितारे A की सत्य प्रती, अर्थात् $M_A = 2.00 \text{ mag}$ और सितारे B की सत्य प्रती $M_B = 3.00 \text{ mag}$ है। (प्रती प्रणाली की व्याख्या के लिए, नीचे दिया गया बॉक्स देखें।)

- (4 marks) दूरी d_1 और d_2 का गणन करें।
- (5 marks) ऊपर वर्णित परिस्थिति के अनुसार, सितारे C की सत्य प्रती, M_C , का किस अंतराल में होना आवश्यक है?
- (3 marks) यदि $M_C = 4.00 \text{ mag}$ है, तो इस तारकीय त्रिभुज में सबसे बड़े कोण γ का गणन करें।
- (6 marks) यह दिखाएं कि यदि हम तीनों सितारों के दृश्य प्रती के मानों को इस तरह बदलते हैं, ताकि उनके गणितीय अंतर समान रहें, तो इस तारकीय त्रिभुज में कोण नहीं बदलेंगे।

प्रती (magnitude) प्रणाली पर एक टिप्पणी:

किसी भी पर्यवेक्षक द्वारा देखे गए सितारे की चमक, सितारे से पर्यवेक्षक की दूरी के साथ-साथ सितारे की आंतरिक चमक पर भी निर्भर करती है (बीच के अंतराल में किसी भी अवशोषण को हम अनदेखा करें तो)।

खगोल विज्ञान में, हर सितारे की किसी पर्यवेक्षक को प्रत्यक्ष रूप में दिखनेवाली चमक को उसकी 'दृश्य प्रती' (m) में मापा जाता है। दो सितारों (1 और 2) के प्रकाश प्रवाह (light flux) अगर क्रमशः f_1 और f_2 है, तो उनके दृश्य प्रती m_1 और m_2 का गणितीय संबंध इस प्रकार होता है,

$$m_1 - m_2 = -2.5 \times \log_{10} \left(\frac{f_1}{f_2} \right)$$

यदि कोई सितारा पर्यवेक्षक से ठीक 10 pc की दूरी पर हो, तो इस अवस्था में उस सितारे की दृश्य प्रती उसकी सत्य प्रती (M) कहलाती है। इस प्रकार, M केवल सितारे की आंतरिक चमक पर निर्भर करता है। m और M के बीच का गणितीय संबंध इस प्रकार है,

$$m - M = -5 + 5 \log_{10}(d)$$

जहाँ d को पारसेक (pc) में मापा जाता है।

सामान्यतः, आदर्श पर्यवेक्षण स्थिति में असहाय्यित आंखों को दिखाई देने वाले सबसे मंद सितारों की दृश्य प्रती $m = +6.0 \text{ mag}$ होती है।

'दृश्य प्रती' को 'सापेक्ष प्रती' एवं 'सत्य प्रती' को 'निरपेक्ष प्रती' के नाम से भी जाना जाता है।

5. एक अत्यंत शक्तिशाली तोप को उत्तरी ध्रुव (समुद्री सतह पर) पर क्षैतिज रूप से रखा गया है और इसकी नाली को शून्य देशांतर (ग्रीनविच देशांतर) के साथ संरेखित किया गया है। इस तोप से $t = 0$ पर एक गोला दाग दिया जाता है, और इस गोले को पृथ्वी के चारों ओर एक गोलाकार कक्षा में घूमने के लिए पर्याप्त वेग प्राप्त है। मान लें कि पृथ्वी ठीक गोलाकार है और कोई भी वस्तु तोपगोले के मार्ग में बाधा नहीं डालती है।

- (3 marks) इस तोप गोले की कक्षा की अवधि क्या है?
- (10 marks) अपनी उत्तरपुस्तिका में दिए गए नियमित आलेखपत्र पर तोप के गोले का पथ (अक्षांश (ϕ) बनाम देशांतर (λ)) अंकित करें। आलेख एक पूर्ण कक्षा के अनुरूप होना चाहिए।
- (7 marks) उत्तरपुस्तिका में दिया गया दूसरा आलेखपत्र एक बड़े ध्रुवीय प्रक्षेपण आलेख का एक भाग है, जो समकेंद्रित वृत्तिका के स्वरूप में अक्षांशों को और केंद्रीय (radial) रेखाओं के रूप में देशांतर को दर्शाता है। इस आलेख के लिये

उपयुक्त पैमाना निर्धारित करें और तोप गोले के दागे जाने के क्षण से उस के भूमध्य रेखा पार करने तक का पथ चिन्हित करें।

6. पल्सार (स्पंदक) एक प्रकार के तेज घूर्णन, उच्च घनत्व वाले तारे होते हैं, जो अपने अत्यधिक नियमित प्रकाश स्पंदों के लिए जाने जाते हैं। उन्हें कभी-कभी 'ब्रह्मांड के प्रकाशस्तंभ' भी कहा जाता है। इस प्रश्न में, हम स्पंदक को एक समान घनत्व का गोला मान लेंगे, जो गुरुत्वाकर्षण से बंधित है।

(a) (4 marks) एक स्पंदक हर 1.500 ms में एक परिवलन पूर्ण करता है, अर्थात् इसकी घूर्णन अवधि $P = 1.500$ ms है। इस जानकारी से इस स्पंदक के घनत्व की क्या सीमा लगाई जा सकती है?

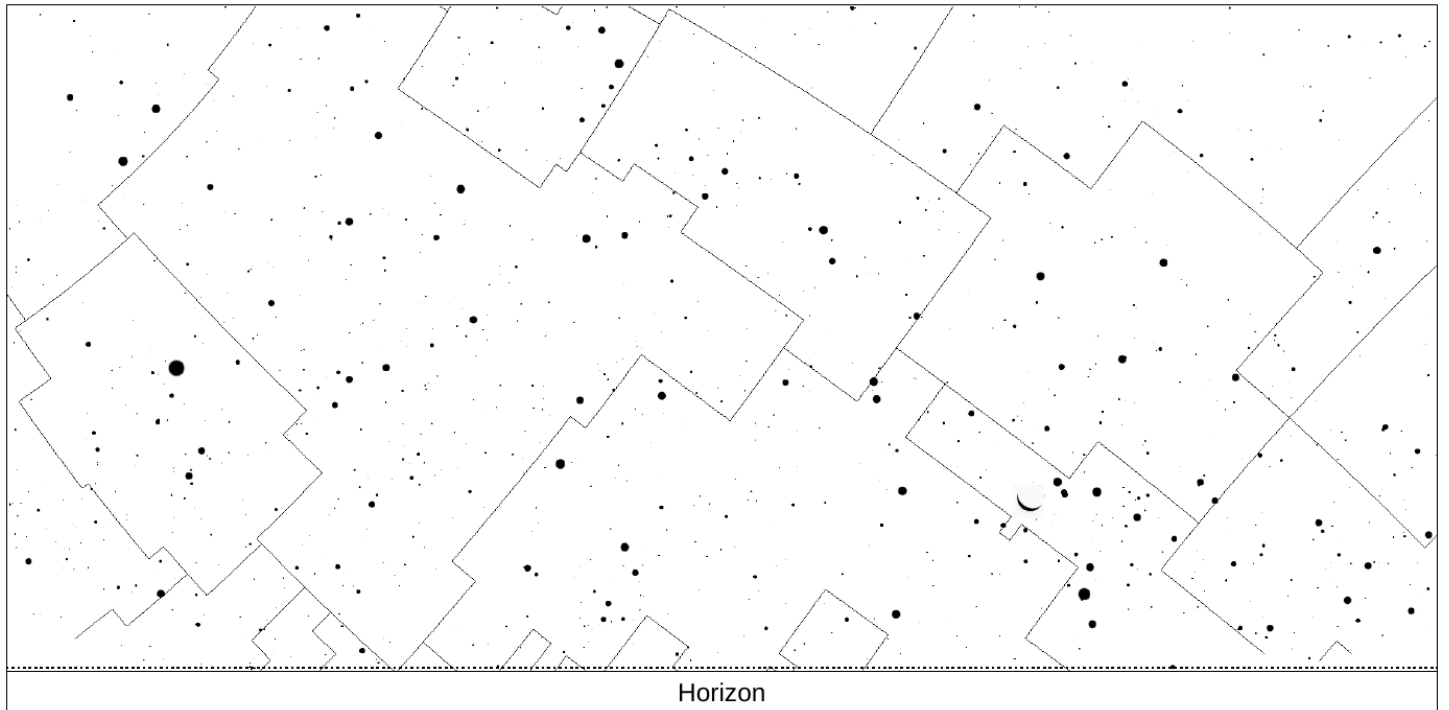
(b) (2 marks) यदि इस स्पंदक का द्रव्यमान $1.5M_{\odot}$ है, तो हम इसकी त्रिज्या को किस सीमा तक रख सकते हैं?

हर एक स्पंदक किसी विशाल पूर्वज तारे से उत्पन्न होता है। आमतौर पर ऐसे पूर्वज तारे में 0.1 T का चुंबकीय क्षेत्र (magnetic field) और $10^{-4} \text{ g cm}^{-3}$ का औसत घनत्व होता है। ऐसा तारा अपने जीवन के अंतिम पर्व में लगभग 90% द्रव्यमान खो देता है। ऊपर वर्णित स्पंदक का निर्माण शेष द्रव्यमान से होता है।

(c) (2 marks) भाग (a) की धारणाओं तहत, इस पूर्वज तारे की घूर्णन अवधि पर क्या सीमा लगायी जा सकती है?

(d) (4 marks) अगर इस स्पंदक के निर्माण के दौरान संपूर्ण चुंबकीय प्रवाह (magnetic flux) अक्षय्य रहता है, तो इस स्पंदक के निर्माण के बाद उसके चुंबकीय क्षेत्र की मात्रा कितनी होगी?

7. नीचे दी गई तस्वीर को 24 दिसंबर 2019 को भारत के किसी स्थान से लिया गया था, जिसमें क्षितिज के निकट चंद्रकोरी को देखा जा सकता है (चित्र के नीचे बिंदुवत रेखा उस स्थान के क्षितिज को दर्शाती है)। छवि में 60° तक (FOV) आकाश देखा जा सकता है।



टिप्पणी: मुद्रित छवि एक ऋण छवि है, अर्थात् तस्वीर के उज्वल भाग काले दिखाई देते हैं और गहरे भाग सफेद दिखाई देते हैं। अतः, काले वृत्त सितारे और ग्रह हैं और काली चंद्रकोरी वास्तव में उज्वल चंद्रकोरी हैं।

- (a) (5 marks) यह चित्र निम्न में से किस समय लिया गया होगा? अपने उत्तर का कारण स्पष्ट करें।
18:00 बजे, 22:00 बजे, 01:00 बजे, 05:00 बजे
- (b) (5 marks) आकाश की छवि में मौजूद तारिकासमूहों के नाम लिखिए।
- (c) (1 mark) इस चित्र में एक ग्रह भी दिखायी देता है। इस ग्रह को एक वृत्त से चिह्नित करें और उसे 'P' से नामांकित करें।
- (d) (5 marks) उत्तरपत्रिका में इस चंद्रकोरी की एक विस्तृत (zoomed-in) छवि दी गई है। इस छवि पर अनुमानित दिशाओं को चिह्नित करें। [पूर्व – पश्चिम – उत्तर – दक्षिण]
टिप्पणी: आप मान सकते हैं कि उत्तरपत्रिका में बनाये इस चित्र के बक्से में क्षितिज पर कोणीय अंतरों का मापन रैखिक पैमाने से किया जा सकता है।
- (e) (4 marks) जगह के अनुमानित अक्षांश का पता लगाएं।